



Candidato n.º _____

REDE SUL E ILHAS

Prova de avaliação dos conhecimentos para alunos que tenham concluído (ou venham a concluir) o nível ensino secundário de educação por vias profissionalizantes ou em cursos artísticos especializados.

Data da realização da prova: 12-07-2021

PARTE B

MATEMÁTICA

Classificação: Grupo I _____ ; Grupo II _____

Classificação final: _____

NORMAS

- As respostas devem ser dadas nos espaços previstos para tal, sem usar as margens ou as entrelinhas.
- Identifique e numere todas as folhas de prova com o número que lhe foi atribuído.
- Deverá ser utilizada caneta ou esferográfica azul ou preta.
- Não é permitido o uso de corretor.
- Não é permitida a utilização de qualquer dispositivo de comunicação móvel.
- É permitida a utilização de máquina de calcular, que satisfaça cumulativamente as seguintes condições:
 - ser silenciosa;
 - não necessitar de alimentação exterior localizada;
 - não ter capacidade de comunicação à distância;
 - não ter fitas, rolos de papel ou outro meio de impressão.
- A prova inclui um formulário para as questões do grupo I.
- As cotações das questões da prova estão disponíveis na última página.
- Nas questões com itens de escolha múltipla, assinale a sua resposta com uma cruz .



Candidato n.º _____

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

- As respostas ilegíveis ou que não possam claramente ser identificadas serão classificadas com zero pontos.
- Só serão consideradas as respostas que apresentem de forma inequívoca a opção assinalada. Caso seja apresentada mais que uma resposta em cada questão, a cotação atribuída será de zero pontos.
- Nas questões optativas, caso sejam resolvidas mais questões do que as solicitadas, serão consideradas apenas as primeiras dessas questões.



Candidato n.º _____

FORMULÁRIO

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

Teorema da Probabilidade Total e Regra de Bayes

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ &= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) \end{aligned}$$

$$P(B_k|A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)}$$

com k a assumir os valores 1, 2 ou 3.

Modelo Normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$



Candidato n.º _____



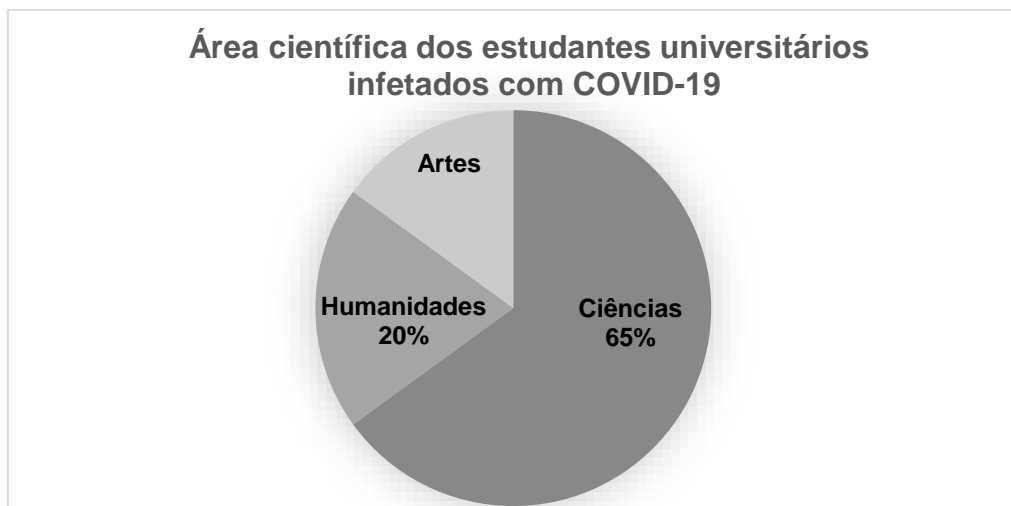
Candidato n.º _____

Classificação obtida: Grupo I _____

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

1. Num estudo que incidiu sobre 80 estudantes universitários infetados com COVID-19, obteve-se informação referente à área científica de estudo que frequentavam e à idade dos estudantes, cujo resultado se pode observar no gráfico e tabela seguintes.



Idade (anos)	17	18	19	20	21
Frequência absoluta	5	a	$3a$	20	15

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 1.1. A percentagem de estudantes universitários da área científica de Artes é:

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (A) 5% | <input type="checkbox"/> (D) 45% |
| <input type="checkbox"/> (B) 15% | <input type="checkbox"/> (E) 85% |
| <input type="checkbox"/> (C) 25% | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |



Candidato n.º _____

1.2. O número de estudantes universitários da área científica de Humanidades é:

(A) 4

(D) 52

(B) 12

(E) 80

(C) 16

(F) Nenhuma das anteriores

1.3. A idade média dos estudantes é:

(A) 17,5

(D) 19,5

(B) 19,25

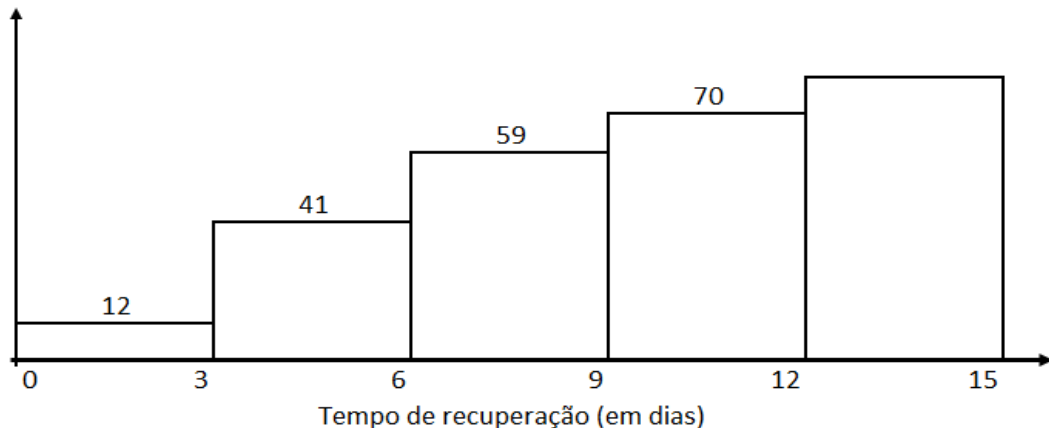
(E) 20

(C) 19,375

(F) Nenhuma das anteriores

2. No mesmo estudo que incidiu sobre os 80 estudantes universitários infetados com COVID-19, questionou-se sobre o tempo de recuperação (em dias), obtendo-se o seguinte histograma de frequências absolutas acumuladas.

Número de estudantes



Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

2.1. A percentagem de estudantes cujo tempo de recuperação se encontra entre os 12 e os 15 dias (inclusive) é:

(A) 12,5%

(D) 87,5%

(B) 15%

(E) 100%

(C) 25%

(F) Nenhuma das anteriores



Candidato n.º _____

2.2. A classe mediana do número de dias de recuperação dos estudantes universitários é:

(A)]0, 3]

(B)]3, 6]

(C)]6, 9]

(D)]9, 12]

(E)]12, 15]

(F) Nenhuma das anteriores



Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas uma questão de entre as questões 3 e 4.

3. O Departamento de Marketing de uma empresa farmacêutica pretende avaliar se o montante (X), em milhares de euros, gasto mensalmente em campanhas de marketing de um determinado medicamento, tem algum efeito explicativo sobre o volume de vendas mensal (Y), em milhares de euros, desse medicamento. Para tal, considerou os dados disponíveis nos últimos dez meses para obter um modelo de regressão linear:

Gasto mensal em campanhas (milhares de euros)	14	15	20	21	24	32	40	41	41	50
Volume de vendas mensal (milhares de euros)	500	560	570	580	600	650	770	760	790	1000

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 3.1. Considerando como variável dependente o volume de vendas mensal, o modelo de regressão linear obtido a partir dos dados apresentados na tabela é:

- (A) $y = 33,783x - 0,1135$
 (D) $y = 337,68x + 11,42$
 (B) $y = 11,42x + 337,68$
 (E) $y = 11,42x - 337,68$
 (C) $y = 3,783x + 1,135$
 (F) Nenhuma das anteriores

- 3.2. Com base no modelo, o volume de vendas mensal estimado, num mês em que o montante gasto na campanha de marketing seja de 35 mil euros, é:

- (A) 0,7374
 (D) 737,38
 (B) 7,3738
 (E) 740
 (C) 695
 (F) Nenhuma das anteriores



Candidato n.º _____

4. Ainda na sequência do estudo sobre os estudantes infetados com COVID-19 e considerando a variável tempo de recuperação, responda às seguintes questões, selecionando a única opção correta.

4.1 Admita que a distribuição Normal, de média igual a 10 dias e desvio padrão igual a 1 dia, se ajusta bem ao tempo de recuperação de estudantes infetados com COVID-19. A probabilidade de um estudante, selecionado ao acaso, ter demorado mais de 12 dias a recuperar é (utilize quatro casas decimais):

- | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (A) 0,0013 | <input type="checkbox"/> (D) 0,8414 |
| <input type="checkbox"/> (B) 0,0228 | <input type="checkbox"/> (E) 0,9973 |
| <input type="checkbox"/> (C) 0,0455 | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

4.2. Sabe-se que:

- 60% dos estudantes infetados eram do sexo masculino;
- dos estudantes infetados do sexo feminino, 30% recuperaram no máximo em 6 dias.

A probabilidade de um estudante ser do sexo feminino e recuperar no máximo em 6 dias é:

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (A) 0,12 | <input type="checkbox"/> (D) 0,50 |
| <input type="checkbox"/> (B) 0,18 | <input type="checkbox"/> (E) 0,75 |
| <input type="checkbox"/> (C) 0,42 | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |



Candidato n.º _____

Candidato n.º _____

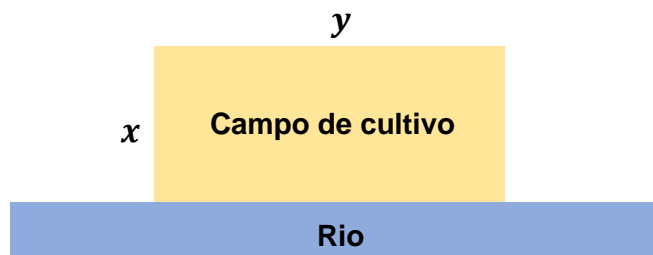
Classificação obtida: Grupo II _____

GRUPO II – Estudo de Funções Polinomiais; Taxa de variação;

Otimização; Funções de Crescimento

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

5. Um agricultor utilizou a totalidade de um rolo de rede com 60 metros para vedar um campo de cultivo, retangular, em que um dos lados é limitado por um rio. Sabe-se que o agricultor não colocou rede no lado limitado pelo rio.



Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 5.1. A função que define a área do campo em função de x é:

(A) $f(x) = -2x^2 + 60x$

(D) $f(x) = -x + 60$

(B) $f(x) = -x^2 + 60x$

(E) $f(x) = -2x^2 + 60$

(C) $f(x) = -x^2 + 60$

(F) Nenhuma das anteriores

- 5.2. A área máxima de superfície do campo que o agricultor conseguiu vedar é:

(A) 430 m^2

(D) 460 m^2

(B) 440 m^2

(E) 470 m^2

(C) 450 m^2

(F) Nenhuma das anteriores



Candidato n.º _____

6. Numa sala, com temperatura constante, foi colocada uma chávena com leite acabado de aquecer. A temperatura do leite, em graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$), t minutos após a chávena ter sido colocada na sala é dada pela função definida por:

$$f(t) = 22 + 56 e^{-0,1t}, \quad (t \geq 0)$$

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

- 6.1. A temperatura do leite no instante em que é colocado na sala é:

- | | |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (A) 22°C | <input type="checkbox"/> (D) 80°C |
| <input type="checkbox"/> (B) 34°C | <input type="checkbox"/> (E) 100°C |
| <input type="checkbox"/> (C) 78°C | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 6.2. Pretendemos beber o leite a uma temperatura de aproximadamente 50 graus Celsius. O tempo, em minutos (arredondado à unidade), que temos de esperar é:

- | | |
|----------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (A) 2 minutos | <input type="checkbox"/> (D) 5 minutos |
| <input type="checkbox"/> (B) 3 minutos | <input type="checkbox"/> (E) 7 minutos |
| <input type="checkbox"/> (C) 4 minutos | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 6.3. Com o decorrer do tempo, a temperatura do leite tende a igualar a temperatura da sala. A temperatura da sala é:

- | | |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (A) 22°C | <input type="checkbox"/> (D) 80°C |
| <input type="checkbox"/> (B) 34°C | <input type="checkbox"/> (E) 100°C |
| <input type="checkbox"/> (C) 78°C | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |



Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas duas questões de entre as questões 7, 8 e 9.

7. Uma bola é lançada da posição $x = 1$, descrevendo uma trajetória definida por

$$h(x) = 8 + 2x - x^2$$

onde h representa a altura. Considere x e h em metros.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

7.1. A altura a partir da qual foi lançada a bola é:

(A) 3 m

(D) 9 m

(B) 4 m

(E) 10 m

(C) 8 m

(F) Nenhuma das anteriores

7.2. O alcance da bola, ou seja, a distância na horizontal relativamente à posição de lançamento até a bola atingir o solo, é:

(A) 3 m

(D) 6 m

(B) 4 m

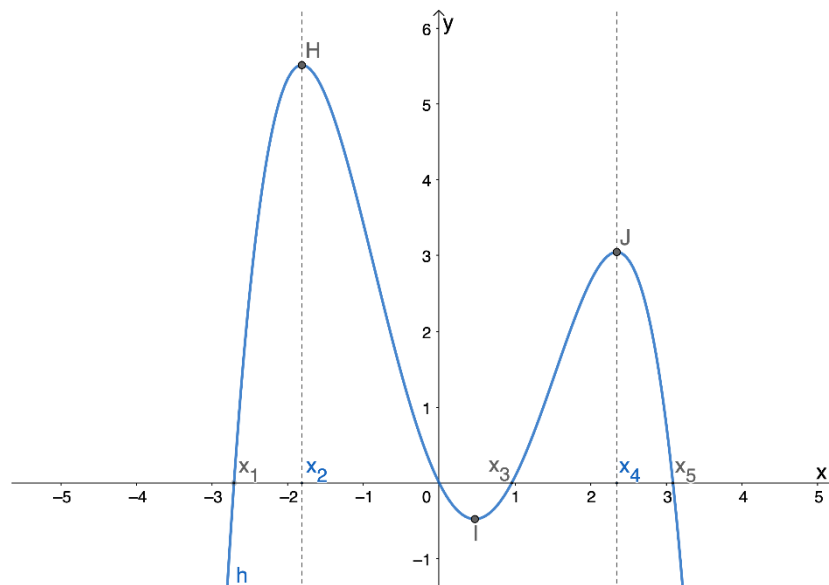
(E) 7 m

(C) 5 m

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

8. Na figura está parte da representação gráfica de uma função h , polinomial de grau 4. Considere que x_1, x_3 e x_5 são as abcissas dos pontos de interseção do gráfico da função com o eixo Ox e que x_2 e x_4 são as abcissas dos pontos H e J, respetivamente.



- 8.1. Selecione a única afirmação falsa.

- (A) $h(x_2)$ é um máximo absoluto da função
- (B) $h(x_4)$ é um máximo relativo da função
- (C) A função h não tem mínimos
- (D) A função h é estritamente crescente em $]-\infty, x_2[$
- (E) A função h é estritamente decrescente em $]x_4, +\infty[$
- (F) A função h é positiva em $]x_1, 0[$ e $]x_3, x_5[$

- 8.2. Selecione a única afirmação verdadeira.

- (A) $h(x_1) \cdot h(0) > 0$
- (B) $h'(x_2) \cdot h'(x_4) > 0$
- (C) $h'(x_4) = h(x_3)$
- (D) $h'(x_2) \cdot h(x_4) > 0$
- (E) A função h' tem 4 zeros
- (F) A função h tem apenas 3 zeros



Candidato n.º _____

9. Seja x um número real positivo e a uma constante. Considere a seguinte função:

$$f(x) = 10^{2 \log(x)} + \ln(e^{2x}) + \log_2\left(\frac{2^a}{4}\right)$$

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

9.1. Uma expressão equivalente à expressão da função anterior, para $x > 0$, é:

(A) $10x^2 + 2x + \left(\frac{2^a}{4}\right)$

(D) $x^2 + 2x + (a - 2)$

(B) $x^2 + 2x - 2a$

(E) $x^2 + 2x + 2a$

(C) $20x + x^2 + a^{-2}$

(F) Nenhuma das anteriores

9.2. Considere $a = -2$. O valor de x que anula a função f , no seu domínio, é:

(A) $x = -1 + \sqrt{3}$

(D) $x = \sqrt{5} + 1$

(B) $x = -\sqrt{5} + 1$

(E) $x = -1 - \sqrt{5}$

(C) $x = 1, 1$

(F) Nenhuma das anteriores



Candidato n.º _____

COTAÇÃO

PARTE B (100 PONTOS)

Grupo	Questão	Cotação (pontos)		
Grupo I	Obrigatórias			
	1.1.		1	
	1.2.		1	
	1.3.		6	
	2.1.		4	
	2.2.		4	
	Optativas			
	3.1.	4.1.	7	
	3.2.	4.2.	7	
	Subtotal		30	
Grupo II	Obrigatórias			
	5.1.		8	
	5.2.		8	
	6.1.		8	
	6.2.		8	
	6.3.		8	
	Optativas			
	7.1.	8.1.	9.1.	8 (x 2)
	7.2.	8.2.	9.2.	7 (x 2)
	Subtotal		70	
Total		100		